KRITÉRIA IDENTIFIKACE STRUKTURNÍCH SIMULTÁNNÍCH ROVNIC, POSTUP PŘI PODIDENTIFIKACI

Model simultánních rovnic lze vyjádřit ve **strukturním tvaru** nebo v **redukovaném tvaru**. Redukovaný tvar získáme ze strukturního tak, že vyjádříme všechny endogenní proměnné jako funkce pouze predeterminovaných proměnných (tzn. exogenních a zpožděných endogenních).

Strukturní tvar: $\mathbf{B}\mathbf{y}_t + \mathbf{\Gamma}\mathbf{x}_t = \mathbf{u}_t$

Redukovaný tvar: $\mathbf{y}_t = -\mathbf{B}^{-1}\mathbf{\Gamma}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{u}_t = \boldsymbol{\pi}\mathbf{x}_t + \mathbf{v}_t$

Odhady parametrů strukturního tvaru metodou nejmenších čtverců však nejsou nestranné ani konzistentní. Proti tomu odhady parametrů redukovaného tvaru metodou nejmenších čtverců konzistentní jsou. Otázkou však je, zda z nich můžeme zpětně dopočítat parametry strukturního tvaru.

Podle toho, zda z odhadnutých parametrů redukovaného tvaru můžeme spočítat koeficienty strukturního tvaru, rozlišujeme rovnice na přesně identifikované, podidentifikované a přeidentifikované. Identifikaci zjišťujeme u jednotlivých rovnic MSR, ne u modelu jako celku.

Pokud koeficienty strukturního tvaru můžeme z odhadnutých parametrů redukovaného tvaru určit jednoznačně, je rovnice přesně identifikovaná. Postupu, kdy nejprve odhadneme parametry redukovaného tvaru a z nich pak spočítáme strukturní koeficienty, se říká metoda nepřímých nejmenších čtverců. Takto spočítané strukturní koeficienty jsou konzistentní a asymptoticky nestranné (pro malé výběry však nejsou nestranné ani vydatné).

Pokud neexistuje jediné možné řešení pro koeficienty strukturního tvaru, je rovnice přeidentifikovaná a odhad není asymptoticky vydatný, protože není využita veškerá dostupná informace.

Pokud nestačí počet koeficientů redukovaného tvaru k určení koeficientů strukturního tvaru, tedy pokud z nich nemůžeme dopočítat parametry strukturního tvaru, je rovnice podidentifikovaná.

KRITÉRIA IDENTIFIKACE

G – počet endogenních proměnných v MSR
G_1 – počet endogenních proměnných v dané rovnici
K – počet predeterminovaných proměnných v MSR
K_1 – počet predeterminovaných proměnných v dané rovnici

Existují dvě podmínky identifikace.

a) Hodnostní podmínka:

Je podmínkou nutnou a postačující. Rovnice je identifikovaná přesně, pokud je hodnost matice vytvořené ze strukturních koeficientů endogenních a predeterminovaných proměnných v modelu, které se nevyskytují ve zkoumané rovnici, ale vyskytují se v ostatních rovnicích modelu, rovna G – 1.

Hledáme **nenulový determinant matice A řádu G – 1**. Matici A tvoří strukturní koeficienty u proměnných, které nejsou v dané rovnici, ale jsou v ostatních rovnicích. Zjišťujeme tedy hodnost této matice. Pokud hledaný determinant neexistuje, je rovnice podidentifikovaná. Pokud existuje, je buď identifikovaná, nebo přeidentifikovaná, a abychom to rozhodli, řídíme se podmínkou b).

b) Řádová podmínka:
Je podmínkou nutnou, nikoli postačující. Určuje, jestli jde o podidentifikaci, přeidentifikaci nebo přesnou identifikaci, a to podle následujících pravidel:

$K - K_1 = G_1 - 1$ → přesná identifikace
$K - K_1 > G_1 - 1$ → přeidentifikace
$K - K_1 < G_1 - 1$ → podidentifikace

POSTUP PŘI PODIDENTIFIKACI

1) Pokud je rovnice podidentifikovaná, můžeme si pomoci změnou specifikace MSR.
→ Zvýšíme počet proměnných modelu – zahrneme další proměnnou
→ Snížíme počet odhadovaných parametrů

Nejčastěji postupujeme tak, že do ostatních rovnic modelu (ne do té podidentifikované) přidáme dodatečnou predeterminovanou proměnnou, která se v podidentifikované rovnici nevyskytuje (strukturní parametry této proměnné v podidentifikované rovnici jsou nulové). Tím do modelu přidáme **dodatečnou apriorní informaci**. To, že identifikace jedné rovnice závisí na proměnných, které se v ní nevyskytují, ale které jsou v jiných rovnicích modelu, nazýváme **identifikačním paradoxem**.

Někdy lze k identifikaci využít i informaci o omezeních v **kovarianční matici Σ** (např. znalost nulových prvků matice). U rekurzivních rovnic dosahujeme identifikace kombinací obou druhů apriorní informace (kovarianční matice + nulová omezení strukturních parametrů). Někdy je však obtížné specifikovat apriorní předpoklady, a pokud to uděláme, může být model sice identifikovaný, ale nesprávný.

Někdy nás nezajímají parametry celého modelu, ale jen parametry určité rovnice. To, že jiné rovnice modelu jsou podidentifikované, v tom případě zas tak nevadí.

2) Můžeme přejít na model VAR. VAR vyjadřuje běžné hodnoty endogenních proměnných jako funkce úrovňové konstanty a stejně zpožděných hodnot všech endogenních proměnných modelu. Neomezený redukovaný tvar MSR je vlastně model VAR. Příklad VAR modelu:
$HDP_t = \alpha_1 + \pi_{11} HDP_{t-1} + \pi_{12} MS_{t-1}$
$MS_t = \alpha_2 + \pi_{21} HDP_{t-1} + \pi_{22} MS_{t-1}$

VAR lze odhadnout metodou nejmenších čtverců. Model VAR může mít lepší předpovědní schopnosti než MSR, zvlášť když při dosažení identifikovanosti soustavy nepoužijeme správné apriorní omezení.

PŘÍKLAD

(zdroj: Zouhar, 2010)

$$Y_{1t} = \beta_{10} + \alpha_{12} Y_{2t} + \alpha_{14} Y_{4t} + \beta_{12} X_{2t} + u_{1t}$$
$$Y_{2t} = \beta_{20} + \alpha_{24} Y_{4t} + \beta_{21} X_{2t} + \beta_{22} X_{2t} + \beta_{23} Y_{2,t-1} + u_{2t}$$
$$Y_{3t} = \beta_{30} + \alpha_{31} Y_{1t} + \beta_{31} X_{1t} + \beta_{33} Y_{2,t-1} + u_{3t}$$
$$Y_{4t} = \beta_{40} + \alpha_{42} Y_{2t} + \beta_{41} X_{1t} + + u_{4t}$$

V modelu jsou 4 endogenní proměnní G = 4 a 3 predeterminované proměnné K = 3.
Převedeme vše na levou stranu a na pravé straně necháme jen náhodné složky.

$Y_{1t} - \beta_{10} - \alpha_{12} Y_{2t} - \alpha_{14} Y_{4t} - \beta_{12} X_{2t} = u_{1t}$
$Y_{2t} - \beta_{20} - \alpha_{24} Y_{4t} - \beta_{21} X_{1t} - \beta_{22} X_{2t} - \beta_{23} Y_{2,t-1} = u_{2t}$
$Y_{3t} - \beta_{30} - \alpha_{31} Y_{1t} - \beta_{31} X_{1t} - \beta_{33} Y_{2,t-1} = u_{3t}$
$Y_{4t} - \beta_{40} - \alpha_{42} Y_{2t} - \beta_{41} X_{1t} = u_{4t}$

Vypíšeme koeficienty u jednotlivých proměnných.

	1	Y_{1t}	Y_{2t}	Y_{3t}	Y_{4t}	X_{1t}	X_{2t}	$Y_{2,t-1}$
1.rovnice	$-\beta_{10}$	1	$-\alpha_{12}$	0	$-\alpha_{14}$	0	$-\beta_{12}$	0
2.rovnice	$-\beta_{20}$	0	1	0	$-\alpha_{24}$	$-\beta_{21}$	$-\beta_{22}$	$-\beta_{23}$
3.rovnice	$-\beta_{30}$	$-\alpha_{31}$	0	1	0	$-\beta_{31}$	0	$-\beta_{33}$
4.rovnice	$-\beta_{40}$	0	$-\alpha_{42}$	0	1	$-\beta_{41}$	0	0

V první rovnici hledáme determinant matice A, tvořené strukturními koeficienty u proměnných, které nejsou v první rovnici, ale jsou v ostatních rovnicích:

	1	Y_{1t}	Y_{2t}	Y_{3t}	Y_{4t}	X_{1t}	X_{2t}	$Y_{2,t-1}$
1.rovnice	$-\beta_{10}$	1	$-\alpha_{12}$	0	$-\alpha_{14}$	0	$-\beta_{12}$	0
2.rovnice	$-\beta_{20}$	0	1	0	$-\alpha_{24}$	$-\beta_{21}$	$-\beta_{22}$	$-\beta_{23}$
3.rovnice	$-\beta_{30}$	$-\alpha_{31}$	0	1	0	$-\beta_{31}$	0	$-\beta_{33}$
4.rovnice	$-\beta_{40}$	0	$-\alpha_{42}$	0	1	$-\beta_{41}$	0	0

$$A = \begin{vmatrix} 0 & -\beta_{21} & -\beta_{23} \\ 1 & -\beta_{31} & -\beta_{33} \\ 0 & -\beta_{41} & 0 \end{vmatrix}$$

Protože existuje nenulový determinant řádu 3 (pokud se ani jeden z koeficientů β_{41}, β_{23} nerovná 0), rovnice splňuje hodnostní podmínku.
Protože K – K_1 = G_1 – 1, tedy 3 – 1 = 3 – 1, je první rovnice přesně identifikovaná.

Co se týče druhé rovnice, zjišťujeme, zda existuje determinant řádu 3 v matici: $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -\alpha_{31} & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$

Protože neexistuje, druhá rovnice nesplňuje hodnostní podmínku a je podidentifikovaná.

Stejně se postupuje u zbylých dvou rovnic. Třetí rovnice je přesně identifikovaná. Čtvrtá rovnice je přeidentifikovaná.

ZDROJE

Hušek, R: Ekonometrická analýza. Nakladatelství Oeconomica, Praha 2007.
Krkošková, Š., Ráčková, A., Zouhar, J.: Základy ekonoometrie v příkladech. Nakladatelství Oeconomica, Praha 2010.