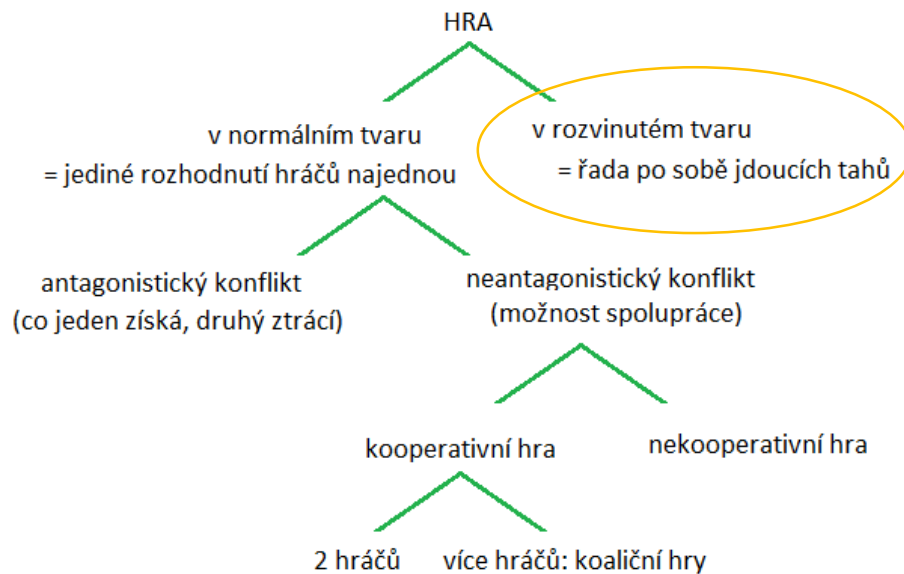


## HRY V ROZVINUTÉM TVARU

MODEL, KONCEPCE ŘEŠENÍ

### CO JE TO TEORIE HER A ČÍM SE ZABÝVÁ?

Teorie her je ekonomická vědní disciplína, která se zabývá studiem konfliktních situací. Konflikty bychom mohli zjednodušeně rozdělit takto:



### JAK SI PORADIT S HROU V ROZVINUTÉM TVARU?

Hra v rozvinutém tvaru (hra v explicitním tvaru, tahová hra) sestává z řady po sobě následujících tahů, přičemž hráči se v tazích střídají. Patří sem například šachy, kostky, dáma atd.

Lze ji zobrazit pomocí tzv. **stromu hry**. Strom hry je souvislý acyklický graf. Má jeden počáteční uzel, kterému se říká kořen, a ten určuje výchozí bod hry (například rozestavení figurek na šachovnici). Dále má několik koncových uzlů, kterým se říká listy a které reprezentují konec hry. Zbylé uzly jsou uzly rozhodovací. V nich hráči činí svá rozhodnutí. Hru řešíme tzv. zpětnou indukci: rozložíme ji na podhry (část hry, která je sama o sobě hrou), začneme posledním rozhodnutím, najdeme nejlepší řešení a pokračujeme o úroveň výš, až dojdeme na začátek hry. Takto můžeme najít tzv. **dokonalou rovnováhu podhry**. Dokonalá rovnováha podhry ukazuje, kterou strategii by měli hráči hrát v jednotlivých rozhodovacích uzlech, aby pro ně tato strategie byla optimální.

Platí věta: **Každá konečná hra v rozvinutém tvaru s dokonalou informací má řešení v ryzích strategiích**. Hra s dokonalou informací je taková hra, kde zná každý hráč po celou dobu stav, ve kterém se hra nachází a zároveň zná strategie své i svého protihráče. Hra se označuje za konečnou, pokud má konečný počet tahů a v každém tahu může hráč volit z konečného počtu strategií.

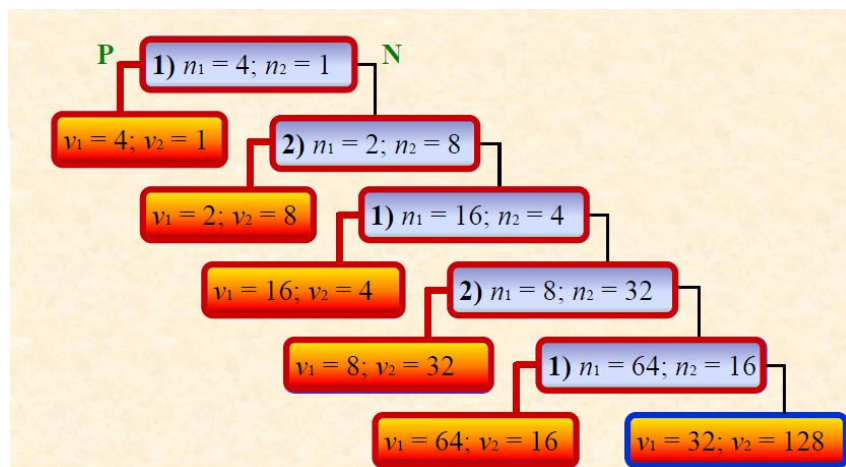
## PŘÍKLADY HER

## RUSKÁ RULETA

Hráči se rozhodují v každém kole, zda vystřelit nebo odstoupit. Pokud odstoupí, prohráli. Pokud vystřelí a padne na ně ostrý náboj, pak zemřou, v opačném případě hra pokračuje a rozhoduje se další hráč, zda vystřelí. V každém dalším kole se zvyšuje pravděpodobnost ostrého náboje. Výsledek závisí na užítku hráčů z jednotlivých alternativ.

## STONOŽKA

Je dán počet tahů (stonožka = 100). Na začátku hry 1. hráč vyhrává více než dvojnásobek výhry druhého hráče. Hráč na tahu může buď výhru přijmout (hra končí), nebo výhru nepřijmout (hra pokračuje tak, že se výhry zdvojnásobí a vymění mezi hráči). Pokud se hráči dohodnou na pěti tazích, může strom hry vypadat následovně:



Řešení hry Stonožka

Zdroj: prezentace 4EK421 (Mgr. Jana Sekničková, PhD.)

V prvním kole se rozhoduje první hráč, zda si vzít 4, nebo pokračovat ve hře. Pokud si vezme 4, bude jeho výhra  $v_1 = 4$  a výhra druhého hráče bude  $v_2 = 1$ . V opačném případě se výhry zdvojnásobí a obrátí: ve druhém „kole“ si může druhý hráč vzít 8 a hra skončí, nebo může rozhodnout, že hra bude pokračovat.

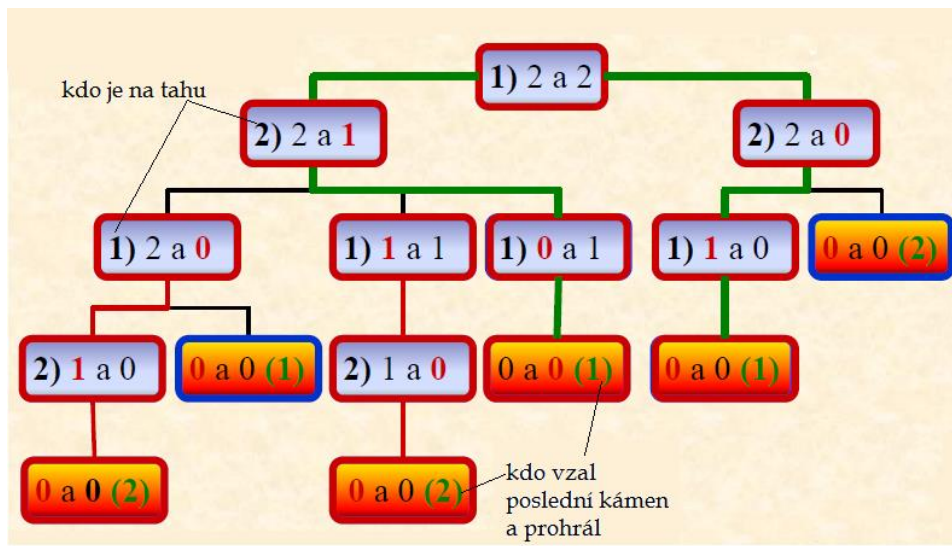
Řešení hry vychází z posledního rozhodovacího uzlu, kdy se rozhoduje první hráč, zda si má nechat  $v_1 = 64$ , nebo zda má pokračovat ve hře. Protože jde již o poslední kolo, získal by jen 32. Optimální pro něj tedy je vzít si 64.

Přesuneme se do předposledního rozhodovacího uzlu, kde se rozhoduje druhý hráč, jestli si má vzít  $v_2 = 32$  a hru ukončit, nebo jestli má ve hře pokračovat. Víme ale, že v tom případě by nakonec získal pouze  $v_2 = 16$ . Pro druhého hráče je tedy také optimální hru ukončit.

Takto pokračujeme až ke kořeni. Červeně značíme dokonalou rovnováhu podhry. Racionální je tedy paradoxně ukončit hru okamžitě. Závisí to však na počátečních výhrách, resp. jejich poměru.

## SALÓNŇNÍ HRY: NIM OBECNÝ

Předpokládejme pro jednoduchost 2 hráče, 2 hromádky, každou s 2 kameny. Hráč na tahu si vybere hromádku, která není prázdná, a odebere z ní libovolný počet kamenů: minimálně jeden, maximálně všechny v dané hromádce. Odebírá vždy jen z jedné hromádky. Hráč, který odebere poslední kámen, prohrál. Celý strom hry včetně dokonalé rovnováhy podhry je zachycen na následujícím obrázku (zeleně). Z něj je vidět, že ať zvolí první hráč jakoukoli strategii, prohraje. Při úplné informaci o hře známe vítěze/poraženého předem.



Řešení hry NIM obecný

Zdroj: prezentace 4EK421 (Mgr. Jana Sekničková, PhD.)

## SALÓNŇNÍ HRY: ŠACHY

Šachy jsou typická tahová hra v rozvinutém tvaru s dokonalou informací (každý hráč zdá svou pozici i předchozí tahy a ví, kde se v rozhodovacím stromě nachází). Hra je konečná (opakování tahu v šachu je ošetřeno = 3x opakovaná pozice znamená remízu). Protože každá konečná hra v rozvinutém tvaru s dokonalou informací má řešení v ryších strategiích, bylo by teoreticky možné sestavit rozhodovací strom a zjistit výsledek hry předem. V praxi tento strom sestavit nelze ani pomocí počítačů, protože je obrovský: odhad dolní meze velikosti stromu je  $10^{120}$ , což je údajně více, než počet atomů v galaxii. Existuje 318 979 564 000 způsobů, jak zahrát první čtyři tahy, a 169 518 829 100 544 000 000 000 000 000 způsobů, jak zahrát prvních 10 tahů.

Nicméně jestli se to jednou podaří, nastane jedna ze 3 možností: bílý má vítěznou strategii (1. hráč vyhrává), černý má vítěznou strategii (2. hráč vyhrává) nebo hra skončí remízou. Počítač nyní konstruuje pouze části stromu. Nezná konec stromu, nemůže tedy hledat řešení pomocí zpětné indukce. Každý uzel se tedy vyhodnocuje pomocí vyhodnocovací funkce. Každá pozice je oceněna číslem podle počtu figurek a jejich postavení. Počítač zvolí tah, který vede k pozici s nejvyšším oceněním

## ZDROJE

Mgr. Jana Sekničková, Ph. D.: prezentace k předmětu 4EK421 Teorie her a ekonomického rozhodování, 2013.

Lin, Z.: The Secret of Chess, 2008. <http://ezinearticles.com/?Secret-of-Chess&id=1717732>

Shannon number, Wikipedia org., 2013. [http://en.wikipedia.org/wiki/Shannon\\_number](http://en.wikipedia.org/wiki/Shannon_number)