

# 4EK211 Základy ekonometrie

ZS 2016/17 Cvičení 11: Speciální případy použití MNČ



---

LENKA FIŘTOVÁ

KATEDRA EKONOMETRIE, FAKULTA INFORMATIKY A STATISTIKY

VYSOKÁ ŠKOLA EKONOMICKÁ V PRAZE

## 2. Nelineární funkce

---

Určete, které z následujících funkcí jsou:

- 1) lineární v parametrech a nelineární v proměnných (lze použít MNČ přímo)
- 2) nelineární v parametrech (před použitím MNČ je třeba funkci vhodně transformovat)

a)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$

b)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^2 + u_i$

c)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x_i} + u_i$

d)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_i) + u_i$

e)  $y_i = \beta_0 + x_i^{\beta_1} + u_i$

## 2. Nelineární funkce

---

Určete, které z následujících funkcí jsou:

**1) lineární v parametrech a nelineární v proměnných (lze použít MNČ přímo)**

**2) nelineární v parametrech (před použitím MNČ je třeba funkci vhodně transformovat)**

a)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + u_i$

b)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i^2 + u_i$

c)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{x_i} + u_i$

d)  $y_i = \beta_0 + \beta_1 \ln(x_i) + u_i$

e)  $y_i = \beta_0 + x_i^{\beta_1} + u_i$

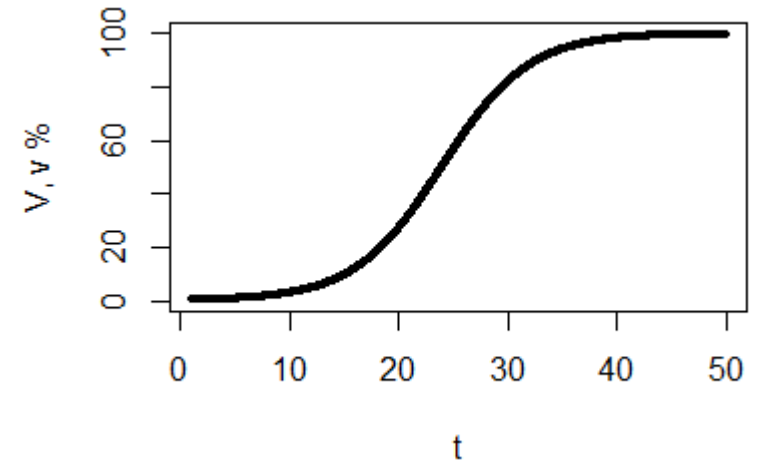
# 3. Dynamické modely poptávky

→ předměty dlouhodobé spotřeby (hrazeny z úspor)

→ logistický růstový model:

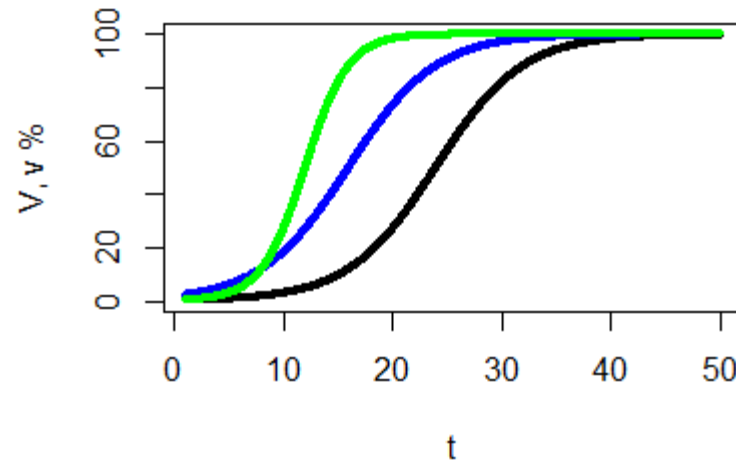
$$V_t = \frac{S}{1 + e^{a-bt+u_t}}$$

- $t$  je čas (jediná vysvětlující proměnná)
- $V_t$  je vybavenost v čase  $t$
- $S$  je hladina nasycení
- $a$  je úrovněová konstanta - výchozí úroveň vybavenosti
- $b$  ovlivňuje sklon křivky - rychlost nasycování trhu



# 3. Dynamické modely poptávky

→ KTERÝ MODEL ODPOVÍDÁ KTERÉMU GRAFU?



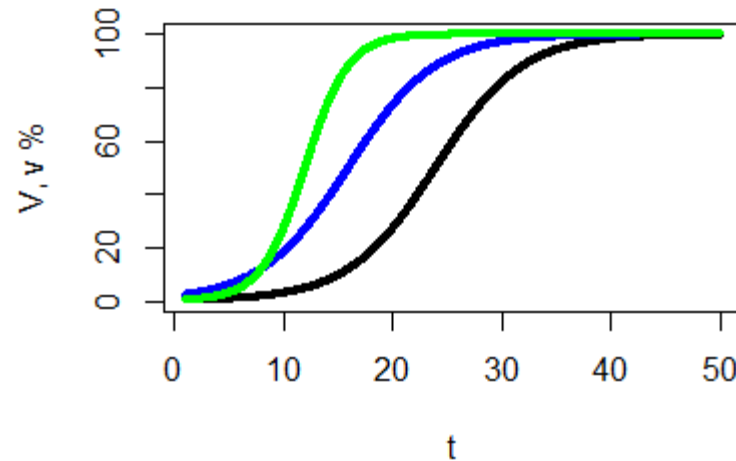
$$a) V_t = \frac{S}{1+e^{6-0,25t+u_t}}$$

$$b) V_t = \frac{S}{1+e^{4-0,25t+u_t}}$$

$$c) V_t = \frac{S}{1+e^{6-0,5t+u_t}}$$

# 3. Dynamické modely poptávky

→ KTERÝ MODEL ODPOVÍDÁ KTERÉMU GRAFU?



$$a) V_t = \frac{S}{1+e^{6-0,25t+u_t}}$$

$$b) V_t = \frac{S}{1+e^{4-0,25t+u_t}}$$

$$c) V_t = \frac{S}{1+e^{6-0,5t+u_t}}$$

# 3. Dynamické modely poptávky

---

→ model je nelineární v parametrech

$$V_t = \frac{S}{1 + e^{a-bt+u_t}}$$

→ transformace:

logit

$$\ln \left[ \frac{S}{V_t} - 1 \right] = a - bt + u_t$$

$$Y_t^* = \beta_0 + \beta_1 t + u_t$$



MNČ

# 3. Dynamické modely poptávky

---

Data: mycka.wf1 (Zdroj: Zouhar, Krkošková, Ráčková: Základy ekonometrie v příkladech)

Soubor obsahuje údaje o vybavenosti českých domácností myčkou nádobí v letech 1999-2008 (v tisících kusů). Předpokládejte, že potenciální velikost trhu ČR jsou 4 miliony domácností.

Odhadněte model poptávky po myčce nádobí.



# 3. Dynamické modely poptávky

Dependent Variable: LOG(4000/N-1)  
Method: Least Squares  
Date: 12/04/14 Time: 20:12  
Sample: 1999 2008  
Included observations: 10

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	2.638528	0.073798	35.75348	0.0000
T	-0.332876	0.011894	-27.98784	0.0000

R-squared	0.989890	Mean dependent var	0.807710
Adjusted R-squared	0.988627	S.D. dependent var	1.012965
S.E. of regression	0.108029	Akaike info criterion	-1.435979
Sum squared resid	0.093362	Schwarz criterion	-1.375462
Log likelihood	9.179897	Hannan-Quinn criter.	-1.502366
F-statistic	783.3193	Durbin-Watson stat	1.385883
Prob(F-statistic)	0.000000		

# 3. Dynamické modely poptávky

---

$$\hat{V}_t = \frac{4000}{1 + e^{2,64-0,33t}}$$

→ Inflexní bod =  $a/b$  = doba, kdy je trh nasycen z 50 %.

→ \_\_\_\_\_

→ Jaká je úroveň vybavenosti po 5 letech? (absolutní i v %)

→ \_\_\_\_\_

# 3. Dynamické modely poptávky

---

$$\hat{V}_t = \frac{4000}{1 + e^{2,64 - 0,33t}}$$

- Inflexní bod =  $a/b$  = doba, kdy je trh nasycen z 50 %
  - v 8. roce
- Jaká je úroveň vybavenosti po 5 letech? (absolutní i v %)
  - 1083 tisíc ks myček = 27 %

# 4. Produkční funkce

---

Cobb-Douglasova produkční funkce:

Statická:  $Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta e^{u_t}$

Dynamická:  $Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta e^{rt} e^{u_t}$

$K$  = kapitál,  $Y$  = produkt,  $L$  = práce,

$A$  = úroňová konstanta,  $r$  = koeficient nezpředmětněného technického pokroku

Po transformaci lze odhadnout MNČ.

# 4. Produkční funkce

---

Cobb-Douglasova produkční funkce:

Statická:  $Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta e^{u_t}$        $\rightarrow \ln(Y_t) = \ln A + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + u_t$

Dynamická:  $Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta e^{rt} e^{u_t}$        $\rightarrow \ln(Y_t) = \ln A + \alpha \ln K_t + \beta \ln L_t + rt + u_t$

# 4. Produkční funkce

---

Data: produkce.wf1

Zdroj: Zuzana Dlouhá prezentace

Odhadněte statickou produkční funkci:

$$Y_t = AK_t^\alpha L_t^\beta e^{u_t}$$

$$\ln(Y_t) = \ln A + \alpha \ln(K_t) + \beta \ln(L_t) + u_t$$

Method: Least Squares  
Date: 12/04/14 Time: 21:16  
Sample: 1990 2014  
Included observations: 25

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.120361	0.323449	3.463798	0.0022
LOG(K)	0.359507	0.082007	4.383884	0.0002
LOG(L)	0.630040	0.123699	5.093318	0.0000

# 4. Produkční funkce

---

$$\hat{Y}_t = 3,06 \cdot K_t^{0,36} \cdot L_t^{0,63} e^{u_t}$$

Určete:

- 1) relativní pružnost (elasticitu) produkce vůči změnám v množství kapitálu resp. práce
- 2) mezní produkt kapitálu resp. práce (pro poslední pozorování)
- 3) mezní míru substituce práce kapitálem
- 4) výnosy z rozsahu

# 4. Produkční funkce

---

$$\hat{Y}_t = 3,06 \cdot K_t^{0,36} \cdot L_t^{0,63} e^{u_t}$$

- 1) **relativní pružnost (elasticitu)** produkce vůči změnám v množství kapitálu resp. práce
  - S růstem kapitálu o 1 % vzroste produkce o 0,36 % (při nezměněném množství práce)
  - S růstem práce o 1 % vzroste produkce o 0,63 % (při nezměněném množství kapitálu)
- 2) **mezní produkt** kapitálu resp. práce (pro poslední pozorování)
  - $MP_K = \alpha(Y/K) = 0,298 \rightarrow$  při růstu  $K$  o jednotku se zvýší  $Y$  o 0,298 jednotek
  - $MP_L = \beta(Y/L) = 2,61 \rightarrow$  při růstu  $L$  o jednotku se zvýší  $Y$  o 2,61 jednotek
- 3) **mezní míru substituce práce kapitálem:**
  - $(\alpha/\beta) \cdot (L/K) = 0,11 \rightarrow$  když se  $K$  zvýší o jednotku, můžeme snížit  $L$  o 0,11 jednotek a produkt se nezmění
- 4) **výnosy z rozsahu:**  $0,36 + 0,63 =$  přibližně 1 (konstantní výnosy z rozsahu)



# 4. Produkční funkce

---

Data: farms.wf1 (zemědělská výroba v USA 1948-1993)

Zdroj: Ing. Jan Zouhar, Ph.D.: <http://nb.vse.cz/~zouharj/econCZ.html>

Odhadněte statickou Cobb-Douglasovu produkční funkci.

$$\ln(\text{output}_t) = \ln A + \alpha \ln(\text{machines}_t) + \beta \ln(\text{labor}_t) + u_t$$

Jsou odhadnuté koeficienty v souladu s vašimi očekáváními?

Odhadněte dynamickou Cobb-Douglasovu produkční funkci.

$$\ln(\text{output}_t) = \ln A + \alpha \ln(\text{machines}_t) + \beta \ln(\text{labor}_t) + rt + u_t$$

# Na doma: Co byste měli umět

---

1. Jak je možné transformovat modely nelineární v parametrech tak, abychom je mohli odhadnout MNČ?
2. Jak odhadnout dynamické modely poptávky?
3. Jak odhadnout Cobb-Douglasovu produkční funkci?
4. Co je to mezní produkt práce, kapitálu, mezní míra substituce, výnosy z rozsahu?
5. Jaký je rozdíl mezi statickou a dynamickou produkční funkcí?